成都外国语学校 2021-2022 学年高 2020 级上 10 月月考

高二数学 参考答案

1-5：ABBCC　6-10：ADBAC　11.B　12.D

13.$2\sqrt{6}$　14.$(x-1)^2+y^2=1$　15.4　16.$-2\le a\le 2$

17.解：①P为真命题，则$x^2\leqslant 5x-4$即$x^2-5x+4\leqslant 0$ $(x-1)(x-4)\leqslant 0$，得$1\leqslant x\leqslant 4$，

所以，x 的取值范围是$\{x|1\leqslant x\leqslant 4\}$。

②$A=\{x|1\le x\le 4\}$，当$a>2$ 时，$B=\{x|2<x<a\}$，

P 是 q 的必要不充分条件，则$B\subseteq A$，则$\begin{cases}a<2\\a\geqslant 4\end{cases}\Rightarrow 2<a\leqslant 4$,

所以 a 的取值范围是$(2,4]$.

18.解（1）$k_{AB}=\dfrac{-2-2}{5-3}=-2$，$|AB|=\sqrt{(5-3)^2+(-2-2)^2}=2\sqrt{5}$.

l_{AB}：$y-2=-2(x-3)$，即 $2x+y-8=0$.

$C(1,0)$ 到 l_{AB} 的距离 $d=\dfrac{|2-8|}{\sqrt{4+1}}=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$，

所以 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{6\sqrt{5}}{5}\times 2\sqrt{5}=6$.

（2）AB 边的高线方程为：$y=\dfrac{1}{2}(x-1)$，即 $x-2y-1=0$.

$k_{BC}=\dfrac{2}{1-5}=-\dfrac{1}{2}$，为：$y-2=2(x-3)$，即 $2x-y-4=0$.

$\begin{cases}x-2y-1=0\\2x-y-4=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{7}{3}\\y=\dfrac{2}{3}\end{cases}$，垂心坐标为$\left(\dfrac{7}{3},\dfrac{2}{3}\right)$.

19.解：将圆 C：$x^2+y^2-4x-4y+4=0$ 化为标准方程得$(x-2)^2+(y-2)^2=4$，

则圆心坐标 C（2，2），半径 $r=2$.

（1）∵$(1-2)^2+(3-2)^2=2<4$，∴点 P 在圆内.

由题意，得过 P 点且与 CP 垂直的弦最短，∵圆心 C（2，2），∴$k_{PC}=\dfrac{3-2}{1-2}=-1$，

∴所求直线的斜率 $k=1$，所以 l_1 的方程为 $y-3=x-1$，即 $x-y+2=0$.

（2）由题意可知，过点 Q（－1，0）与圆 C 相切的直线斜率存在，

设切线方程为 $y=k(x+1)$，即 $kx-y+k=0$．圆心 C 到切线的距离 $d=\frac{|2k-2+k|}{\sqrt{k^2+1}}=2$，

解得 $k=0$ 或 $k=\frac{12}{5}$．∴所求切线 l_2 的方程为 $y=0$ 或 $12x-5y+12=0$.

20.解：（1）设 $C_1(a,b)$，则由题意得 $\begin{cases}\frac{b+2}{a+1}\cdot 1=-1\\ \frac{a-1}{2}-\frac{b-2}{2}+1=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=-3\\ b=0\end{cases}$，

∴圆 C_1 的方程为 $(x+3)^2+y^2=4$.

(2)将圆 C_1 与圆 C_2 的方程相减得两圆的公共弦所在直线方程为 $x-y+1=0$，

圆心 $C_1(-3,0)$ 到公共弦所在直线的距离为 $\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，两圆的公共弦长为 $2\sqrt{4-2}=2\sqrt{2}$；

21．解：（1）圆 O 的半径为 1，若△ABC 是正三角形，则 O 到 AB 的距离为 $\frac{1}{2}$，

∴圆心到直线 $x-y+m=0$ 的距离为 $\frac{m}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$，∴$m=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴直线 AB 的方程为 $x-y+\frac{\sqrt{2}}{2}=0$ 或 $x-y-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$.

（2）∵直线 AB 与圆 O 有两个公共点，∴ $\frac{m}{\sqrt{2}}<1$，即 $-\sqrt{2}<m<\sqrt{2}$，

设圆心到直线 AB 的距离为 d，则 $|AB|=2\sqrt{1-d^2}=2\sqrt{1-\frac{m^2}{2}}$

易得线段 AB 的中垂线方程为 $y=-x$，由方程组 $\begin{cases}y=-x\\ x-y+m=0\end{cases}$，可得 $\begin{cases}x=-\frac{m}{2}\\ y=\frac{m}{2}\end{cases}$，

∴线段 AB 的中点为 $D\left(-\frac{m}{2},\frac{m}{2}\right)$，

∴以 AB 为直径的圆 D 的方程为 $\left(x+\frac{m}{2}\right)^2+\left(y-\frac{m}{2}\right)^2=1-\frac{m^2}{2}$，

∵直线 $x-y-\sqrt{3}=0$ 上存在点 P 满足 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=0$，

∴直线 $x-y-\sqrt{3}=0$ 与圆 D 有公共点，

∴ $\dfrac{\left|-\dfrac{m}{2}-\dfrac{m}{2}-\sqrt{3}\right|}{\sqrt{2}}\le\sqrt{1-\dfrac{m^2}{2}}$，解得 $-\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}\le m\le\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$.

22.解：(I)已知 $C_1:(x+4)^2+(y-2)^2=20$，

令 $x=0$，解得 $y_1=0$，$y_2=4$，故 $O(0,0)$，$P(0,4)$，

设圆 C_2 的方程：$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，

将 $O(0,0)$，$P(0,4)$ 的坐标代入圆的方程得 $E=-4$，$F=0$，故 $C_2(-\frac{D}{2},2)$，

由题意知 $OC_2\perp l_1$，得 $D=-2$，

故圆 C_2 的方程为 $x^2+y^2-2x-4y=0$；

(II)由 $\begin{cases}y=kx\\x^2+y^2+8x-4y=0\end{cases}$，得 $M(\frac{4k-8}{1+k^2},\frac{4k^2-8k}{1+k^2})$，

由 $\begin{cases}y=kx\\x^2+y^2-2x-4y=0\end{cases}$，得 $N(\frac{4k+2}{1+k^2},\frac{4k^2+2k}{1+k^2})$，

线段 MN 的中点为 $(\frac{4k-3}{1+k^2},\frac{4k^2-3k}{1+k^2})$，

当 $k\neq0$ 时，线段 MN 的垂直平分线方程为 $y-\frac{4k^2-3k}{1+k^2}=-\frac{1}{k}(x-\frac{4k-3}{1+k^2})$，

即 $y-\frac{(4k^2+4)-4-3k}{1+k^2}=-\frac{1}{k}x+\frac{4k-3}{k(1+k^2)}$,

$y-4+\frac{4+3k}{1+k^2}=-\frac{1}{k}x+\frac{4k-3}{k(1+k^2)}$,

$y=-\frac{1}{k}x+\frac{4k-3}{k(1+k^2)}-\frac{4+3k}{1+k^2}+4$,

化简整理可得：$y=-\frac{1}{k}(x+3)+4$,

此时线段 MN 的垂直平分线过 $(-3,4)$，

当 $k=0$ 时，$M(-8,0)$，$N(2,0)$，线段 MN 的垂直平分线也过 $(-3,4)$

综上，线段 MN 的垂直平分线恒过定点 $(-3,4)$.